

Θέμα 1* (2.0 Μονάδες)

Η Α. λίγο πριν φύγει από το μπαρ άφησε διακριτικά ένα χαρτάκι με το τηλέφωνο της κάτω από το ποτήρι με το ποτό της. Ο Γ. το ίδιο διακριτικά πήρε το χαρτάκι, το διέκρινε και το έβαλε στην τσέπη του παντελονιού του. Αργότερα, όταν είδε το χαρτάκι διαπίστωσε ότι το τελευταίο ψηφίο ήταν σβησμένο από την υγρασία του ποτηριού. 1) Δοκιμάζοντας το τελευταίο ψηφίο στην τύχη, ποια η πιθανότητα να μην καλέσει περισσότερους από δύο αριθμούς λάθος. 2) Αφού έχει δοκιμάσει το ψηφίο 0 χωρίς επιτυχία, ο Γ. θυμήθηκε μια φράση της Α: «το ζώδιο μου είναι ζυγός, όπως και το τελευταίο ψηφίο του τηλεφώνου μου». Η πληροφορία αυτή αλλάζει την παραπάνω πιθανότητα;

Θέμα 2* (2.0 Μονάδες)

Ο Τ. αγοράζει τσιγάρα από το περίπτερο. Ο περιπετέρας του λέει: «Ορίστε τα τσιγάρα σας και ένα ευρώ ρέστα», δίνοντας του 5 κέρματα. Μπαίνοντας στο αυτοκίνητο του ένα από τα κέρματα πέφτει στο δρόμο. Να υπολογιστεί η πιθανότητα το κέρμα να ήταν εικοσάλεπτο.

Θέμα 3* (1.5 Μονάδες)

Οι πύραυλοι που εκτοξεύονται για να θέσουν σε τροχιά μετεωρολογικούς δορυφόρους χρησιμοποιούν είτε δύο μεγάλες, είτε τέσσερις μικρές μηχανές καύσης. Όλες οι μηχανές έχουν την ίδια πιθανότητα να καταστραφούν κατά τη διάρκεια της εκτόξευσης, ενώ ο πύραυλος μπορεί να θέσει σε τροχιά έναν δορυφόρο ακόμα και αν οι μισές μηχανές του καταστραφούν. Αν η πιθανότητα επιτυχίας της αποστολής είναι η ίδια και για τις δύο λύσεις (δύο μεγάλες ή τέσσερις μικρές μηχανές) ποια είναι η πιθανότητα μιας μηχανής να καταστραφεί κατά την εκτόξευση;

Θέμα 4* (1.5 Μονάδες)

Στα εκτός έδρα παιχνίδια η Εθνική ομάδα ποδοσφαίρου έχει την ίδια πιθανότητα να πετύχει ένα ή δύο γκολ. Αν ο αριθμός των γκολ που πετυχαίνει η Εθνική στα εκτός έδρας παιχνίδια της είναι τυχαία μεταβλητή Poisson, ποια η πιθανότητα στο επόμενο παιχνίδι να πετύχει τέσσερα γκολ;

Θέμα 5* (1.5 Μονάδες)

Η βαθμολογία στις εξετάσεις ενός μεταπτυχιακού μαθήματος ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 65 και τυπική απόκλιση 5. Αν 3 φοιτητές δίνουν το μάθημα στην επαναληπτική εξέταση του Σεπτεμβρίου, να υπολογιστεί η πιθανότητα 2 από τους 3 να περάσουν το μάθημα με βαθμολογία μεγαλύτερη του 70. **Υπόδειξη:** Όπου χρειάζεται να χρησιμοποιηθεί η τιμή $\Phi(1) = 0,8413$.

Θέμα 6* (1.5 Μονάδες)

να σύστημα μπορεί να λειτουργήσει για ένα τυχαίο χρονικό διάστημα X . Αν η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της X (μετρημένη σε μήνες) δίνεται από τον τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} ce^{-x/2} & x > 0 \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

ποια είναι η πιθανότητα να λειτουργήσει το σύστημα για τουλάχιστον 5 μήνες;

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!