

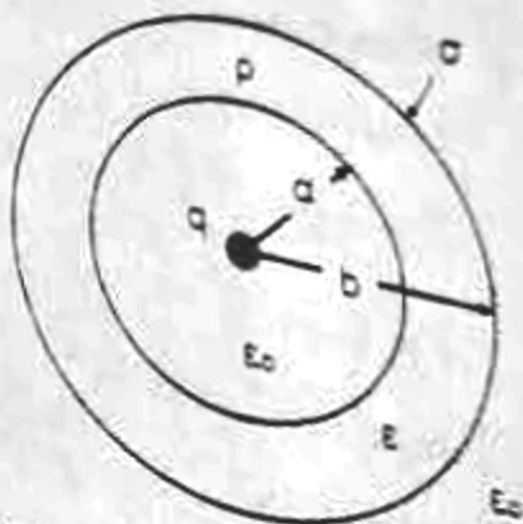


Τρίτη 3/2/2025

Θέμα 1^ο (25%)

Διάρκεια: 2.5 ώρες

Όπως φαίνεται στο σχήμα, στο κέντρο σφαίρας υπάρχει φορτίο $q = 4 \cdot \sigma_0$ [Cb], στην περιοχή $a < r < b$ χωρική πυκνότητα φορτίου $\rho = 3 \cdot \sigma_0 \cdot r$ [Cb/m³] και για $r = b$ επιφανειακή πυκνότητα φορτίου $\sigma = 5 \cdot \sigma_0$ [Cb/m²]. Ο χώρος $a < r < b$ χαρακτηρίζεται από διηλεκτρική επιτρεπτότητα $\epsilon = 2\epsilon_0$ και ο υπόλοιπος χώρος από ϵ_0 .



α) Να βρεθεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου παντού στο χώρο. (15%)

β) Να επαληθευτεί ο νόμος του Gauss για το ηλεκτρικό πεδίο σε διαφορετική μορφή στην περιοχή $a < r < b$. (10%)
(σημ. $\epsilon_0, \sigma, b, \sigma_0$ είναι γνωστά σταθερά μεγέθη).

Θέμα 2^ο (20%)

Στον τρισδιάστατο χώρο, σε κυλινδρικές συντεταγμένες, η χωρική πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος για $r < b$ είναι:

$$\vec{j} = \frac{1 - \exp(-2 \cdot r)}{b \cdot r} \vec{r}$$

Στο χώρο δεν υπάρχουν άλλα ρεύματα. Αν αρχικά ($t=0$) δεν υπήρχαν φορτία, να βρεθούν για $t > 0$ τα αναπτυσσόμενα...

Θέμα 3^ο (35%)

Έστω σε χώρο (ϵ_0, μ_0) για $x > 0$ υπάρχει πεδίο $\vec{E} = E_0 \sin(kx) \hat{y}$, όπου $k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$ ενώ στην περιοχή $x < 0$ το ΗΜ πεδίο είναι μηδενικό.

- α) Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου και να γραφεί στο πεδίο του χρόνου. (10%)
- γ) Να προσδιοριστούν τα ρεύματα (10%) και τα φορτία (5%) που υπάρχουν παντού στο χώρο.
- δ) Να υπολογιστεί το μέσο χρονικό διάνυσμα Poynting και να εξηγηθεί αν η απάντηση είναι η αναμενόμενη. (10%)

Θέμα 4^ο (20%)

Σε χώρο (ϵ, μ) το ΗΜ πεδίο είναι:

$$\vec{H} = -\frac{k}{\omega\mu} E_0 \sin\left(\frac{\pi z}{a}\right) \sin(\omega t - ky) \hat{z} - \frac{\pi}{\omega a \mu} E_0 \cos\left(\frac{\pi z}{a}\right) \cos(\omega t - ky) \hat{y}$$

$$\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{\pi z}{a}\right) \sin(\omega t - ky) \hat{x}$$

όπου a είναι σταθερά.

- α) Να γραφεί το πεδίο με παραστατικούς μιγαδικούς (phasor) (10%)
- β) Να υπολογιστεί το μέσο χρονικό διάνυσμα Poynting και να εξηγηθεί αν η απάντηση είναι η αναμενόμενη. (10%)

Σημείωση: $\exp(x) = e^x$