

Ονοματεπώνυμο: _____

ΑΜ: _____

Θέμα 1 (1.5 μονάδες)

Θεωρήστε ένα σύστημα κινητής υποδιαστολής (floating point) με βάση $b = 10$, αριθμό σημαντικών ψηφίων $t = 3$ ($d_1.d_2.d_3$), και εκθέτη που κυμαίνεται στο εύρος $[-9, 9]$. Να αναπαραστήσετε στο συγκεκριμένο σύστημα (σε κανονικοποιημένη μορφή) τους ακόλουθους δεκαδικούς αριθμούς:
 $x = 123.45$, $y = 0.01234$.

(α) Να υπολογίσετε το $x + y$ και το $x * y$ όπως θα προκύψει στο συγκεκριμένο σύστημα κινητής υποδιαστολής.

(β) Υπολογίστε το απόλυτο σφάλμα (absolute error) και το σχετικό σφάλμα (relative error) για τις τιμές $x + y$ και $x * y$, συγκρίνοντας τις πραγματικές τιμές (όπως θα υπολογίζονταν με άπειρη ακρίβεια) με τις προσεγγισμένες (στο σύστημα κινητής υποδιαστολής).

Θέμα 2 (3 μονάδες)

Δίνονται οι τιμές $f(1) = 2$, $f(2) = 8$, $f(4) = 12$, και $f(6) = 3$.
(α) Ποιο είναι το σύστημα των εξισώσεων που πρέπει να λυθεί για να βρεθεί το πολυώνυμο παρεμβολής στην απλοϊκή μορφή $p(x) = ?$
(β) Να βρείτε το πολυώνυμο παρεμβολής στη μορφή Newton.
(γ) Να βρείτε μια προσέγγιση της τιμής $f'(1.5)$.
(δ) Εφόσον προσθέτουμε ένα επιπλέον σημείο $f(3) = 5$, να υπολογίσετε το υπολογιστικό κόστος της μεθόδου παρεμβολής Newton. Συζητήστε πώς η προσθήκη αυτού του σημείου επηρεάζει τον αριθμό των υπολογισμών που απαιτούνται.
(ε) Ποιο είναι το πολυώνυμο παρεμβολής στη μορφή Lagrange;

Θέμα 3 (2 μονάδες)

Δίνεται η εξίσωση:

$$-x^3 + 3x^2 - 5x + 1 = 0.$$

Να παρακάτω ερωτήματα θεωρούμε ότι εφαρμόζουμε αριθμητική κινητής υποδιαστολής (α.κ.υ.) με τήρηση 4 σημαντικών ψηφίων.
(α) Χρησιμοποιώντας 2 βήματα της μεθόδου της διχοτόμησης (Bisection), βρείτε μια προσέγγιση των παραπάνω ριζών.
(β) Να εκτιμήσετε πόσες επαναλήψεις θα χρειαστούν το πολύ για να βρεθεί μια προσέγγιση με απόλυτο σφάλμα $\epsilon < 10^{-4}$. Δικαιολογήστε την απάντησή σας.
(γ) Ποιο συγκεκριμένο κριτήριο τερματισμού του αλγορίθμου θα προτείνατε;

Ποιο συγκεκριμένο κριτήριο τερματισμού του αλγορίθμου θα προτείνατε;

-2.3	-1.8	-1.1	-0.4	0.6	1.2
11	9	12	8	11	

Παραπάνω που προσεγγίζει τα παραπάνω αποτελέσματα τους συντελεστές a και b της αλυσίδας που υπολογίζατε.